


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

**УТВЕРЖДАЮ**  
Заведующий кафедрой  
*Информационных технологий и  
математических методов в экономике*  
 (В.В. Давнис)  
19.05.2020

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.Б.08 Математика

- 1. Шифр и наименование специальности:** 38.05.02 Таможенное дело
- 2. Направленность:** Таможенный менеджмент и таможенный контроль
- 3. Квалификация выпускника:** специалист таможенного дела
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра Информационных технологий и математических методов в экономике
- 6. Составители программы:** к.ф–м.н., доц. Щекунских С.С.
- 7. Рекомендована:** НМС экономического факультета, протокол №4 от 16.04.2020
- 8. Учебный год:** 2020-2021 **Семестры:** 1–2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью изучения дисциплины является получение базовых знаний и формирование у обучающихся устойчивых умений и навыков по применению математического аппарата, необходимого для решения задач, возникающих при оценке эффективности результатов в различных сферах деятельности, развитие понятийной математической базы и формирование определенного уровня математической подготовки, необходимых для решения теоретических и прикладных задач, и их количественного и качественного анализа.

Задачами изучения дисциплины являются: овладение обучающимися теоретическими и методическими основами математического моделирования экономических процессов и формирование навыков использования методов математического анализа для решения конкретных задач; приобретение обучающимися навыков использования математических методов и основ моделирования экономических процессов; усвоение обучающимися теоретических и методических основ моделирования с использованием моделей и методов линейной алгебры; усвоение обучающимися теоретических и методических основ вероятностного моделирования экономических задач, статистической обработки данных. В результате изучения курса студент должен получить целостное представление об основных понятиях математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики. Будущий специалист должен иметь представление о значительном числе математических понятий, что позволит ему применять математику в практической деятельности.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** дисциплина «Математика» входит в базовую часть учебного плана в 1, 2 семестрах и является обязательной дисциплиной. Программа курса строится на предпосылке, что студенты владеют базовыми знаниями по математике. Курс создает предпосылки для глубокого освоения разделов линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, решения типовых математических задач, задач, используемых при оценке эффективности в различных сферах.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):**

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОК-7	Способностью использовать основы экономических и математических знаний при оценке эффективности результатов деятельности в различных сферах	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- основные понятия и инструменты линейной алгебры, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики.</li></ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- решать типовые математические задачи;</li><li>- использовать математический язык и математическую символику при построении моделей для оценки эффективности деятельности в различных сферах;</li><li>- обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные;</li><li>- решать типовые задачи, используемые при оценке эффективности деятельности в различных сферах, проводить их анализ, получать количественные соотношения;</li><li>- использовать математический аппарат при для решения теоретических и прикладных задач;</li><li>- содержательно интерпретировать полученные количественные результаты.</li></ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- навыками работы со специальной математической литерату-</li></ul>

		рой; - основными математическими понятиями в виде математических моделей наиболее важных, существенных связей в экономике и управлении; - математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.
--	--	--

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. – 8 /288

Форма промежуточной аттестации: зачет, экзамен

## 13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		1 семестр	2 семестр
Аудиторные занятия	136	68	68
в том числе:			
лекции	68	34	34
практические	68	34	34
лабораторные			
Самостоятельная работа	116	76	40
Форма промежуточной аттестации	36	0	36
Итого:	288	144	144

### 13.1. Содержание дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
<b>Линейная алгебра, математический анализ (1 семестр)</b>		
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Введение. Векторы и матрицы	Понятие матрицы. Примеры матриц в экономике. Понятие вектора – столбца и вектора - строки. Экономические примеры векторов. Операции над векторами. Операции над матрицами. Симметрические и ортогональные матрицы. Определитель матрицы и его свойства. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Понятие минора. Алгебраическое дополнение. Нахождение обратной матрицы в виде произведения матриц. Ранг матриц. Примеры решения задач с использованием матриц.
1.2	Системы линейных уравнений	Основные понятия и определения. Система $n$ линейных уравнений с $n$ переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Жордана – Гаусса. Правило Крамера. Система $m$ уравнений с $n$ переменными. Теорема Кронекера – Капели (правило ранга). Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной системой и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений. Линейные балансовые системы в экономике (на примере модели Леонтьева).
1.3	Линейные пространства	Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств $R^1$ , $R^2$ , $R^3$ , $R^n$ . Понятие линейной зависимости элементов линейного пространства. Линейно независимые системы векторов. Базис и координаты. Размерность линейного пространства. Теорема о связи базиса и размерности линейного пространства. Изоморфизм линейных пространств. Линейная оболочка. Сумма, пересечение и прямая сумма двух подпространств.
1.4	Евклидовы пространства	Определение евклидова пространства. Скалярное произведение и его аксиомы. Примеры евклидовых пространств. Простейшие свойства евклидовых пространств. Неравенство Коши - Буняковского. Нормированные пространства. Теорема о связи евклидова пространства с нормированным. Понятие ортонормированного базиса

		евклидоваго пространства. Теорема о существовании в евклидовом пространстве ортонормированного базиса. Разложение вектора по произвольному ортонормированному базису евклидоваго пространства. Разложение $n$ -мерного евклидоваго пространства и его ортогонального дополнения. Изоморфизм евклидовых пространств.
1.5	Элементы аналитической геометрии	Прямые линии на плоскости и в пространстве. Уравнение прямой в $R^2$ , $R^3$ , $R^N$ . Уравнение плоскости в $R^3$ и гиперплоскости в $R^N$ . Некоторые частные случаи уравнений прямой и плоскости. Взаимное расположение прямых и плоскостей, расстояние от точки до прямой в $R^2$ и от точки до плоскости в $R^3$ , $R^N$ . Угол, условия перпендикулярности и параллельности между двумя прямыми, двумя плоскостями, прямой и плоскостью. Линии и поверхности второго порядка. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы. Общее уравнение линий второго порядка. Преобразование коэффициентов линий второго порядка при переходе к новой системе координат. Поверхности второго порядка: эллипсоид, гиперболоиды, конус, и цилиндр второго порядка.
1.6	Введение. Элементы теории множеств	Предмет математического анализа. Необходимость и особенности применения методов математического анализа в экономике. Понятие множества. Операции над множествами. Ограниченные и неограниченные множества. Иллюстрация операций над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Примеры использования теории множеств для решения прикладных задач.
1.7	Последовательности. Предел последовательности	Понятие последовательности. Способы задания последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Сходящиеся последовательности, их свойства. Монотонные последовательности. Число $e$ . Теорема о вложенных отрезках. Вычисление предела последовательности.
1.8	Функции. Предел функции	Определение функции. Способы задания функции. Понятия сложной и обратной функций. Неявная функция. Классификация функций. Применение функций в экономике (производственная функция, функция полезности, функция спроса и предложения). Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Определения предела функции в точке и на бесконечности, определение односторонних пределов. Основные свойства пределов функции. Первый и второй замечательные пределы. Примеры экономических приложений. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей.
1.9	Непрерывность функции	Определение непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции. Первая и вторая теоремы Больцано-Коши. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса. Непрерывность сложной и обратной функции.
1.10	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	Понятие производной. Геометрический и экономический смысл производной. Односторонние производные. Использование понятия производной в экономической теории. Понятие дифференцируемости функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке. Дифференцируемость и непрерывность функции. Понятия дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Дифференцирование сложной функции, прием логарифмического дифференцирования. Дифференцирование обратной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.
1.11	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Геометрическая и экономическая интерпретация теорем. Признаки монотонности функции. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Примеры решения экономических задач на определение экстремума. Понятие выпуклости функции. Достаточные условия выпуклости. Понятие точки перегиба. Необходимое и

		достаточные условия точки перегиба. Асимптоты графика функций. Теорема Лопиталя. Общая схема исследования функции. Исследование функций в экономике. Определение интервалов монотонности, экстремумов, точек перегиба и асимптот графика функции. Построение графиков функций.
1.12	Неопределенный интеграл	Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Интегралы от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов, берущихся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций. Понятие о неберущихся интегралах.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Введение. Векторы и матрицы.	Понятие матрицы. Операции над векторами. Операции над матрицами. Симметрические и ортогональные матрицы. Определитель матрицы и его свойства. Обратная матрица. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса. Понятие минора. Алгебраическое дополнение. Нахождение обратной матрицы в виде произведения матриц. Ранг матриц.
2.2	Системы линейных уравнений.	Система $n$ линейных уравнений с $n$ переменными. Решение систем в матричной форме. Метод Жордана – Гаусса. Правило Крамера. Система $m$ уравнений с $n$ переменными. Теорема Кронекера – Капелли (правило ранга). Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной системой и соответствующей ей однородной системы. Общее, частное и базисное решение систем линейных уравнений.
2.3	Линейные пространства.	Понятие линейной зависимости элементов линейного пространства. Линейно независимые системы векторов. Базис и координаты. Размерность линейного пространства. Теорема о связи базиса и размерности линейного пространства.
2.4	Элементы аналитической геометрии.	Уравнение плоскости в $R^3$ и гиперплоскости в $R^N$ . Взаимное расположение прямых и плоскостей, расстояние от точки до прямой в $R^2$ и от точки до плоскости в $R^3$ , $R^N$ . Угол, условия перпендикулярности и параллельности между двумя прямыми, двумя плоскостями, прямой и плоскостью. Линии и поверхности второго порядка. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы. Общее уравнение линий второго порядка. Преобразование коэффициентов линий второго порядка при переходе к новой системе координат. Поверхности второго порядка.
2.5	Элементы теории множеств	Понятие множества. Операции над множествами. Иллюстрация операций над множествами с помощью диаграмм Эйлера. Примеры использования теории множеств для решения прикладных задач.
2.6	Последовательности. Предел последовательности	Понятие последовательности. Способы задания последовательностей. Вычисление предела последовательности.
2.7	Функции. Предел функции	Определение функции. Способы задания функции. Вычисление пределов функций и раскрытие неопределенностей. Неопределенности $\frac{0}{0}$ , $\frac{\infty}{\infty}$ , $\infty - \infty$ , $0 \cdot \infty$ . Первый и второй замечательные пределы.
2.8	Непрерывность функции.	Определение непрерывности функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва. Классификация точек разрыва.
2.9	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Понятие производной. Геометрический и экономический смысл производной. Дифференцирование суммы, разности произведения, частного функции. Дифференцирование элементарных функций. Дифференцирование сложной функции, прием логарифмического дифференцирования. Понятия дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.
2.10	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций.	Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Первое и второе достаточные условия экстремума. Примеры решения экономических задач на определение экстремума. Понятие выпуклости. Достаточные условия выпуклости. Понятие точки перегиба.

		Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Асимптоты графика функций.
2.11	Неопределенный интеграл	Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Интегралы от основных элементарных функций. Метод замены переменной. Метод интегрирования по частям. Основные типы интегралов берущиеся по частям. Интегрирование тригонометрических функций. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов. Интегрирование простейших иррациональных функций.
<b>Математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика (2 семестр)</b>		
<b>1. Лекции</b>		
1.1	Определенный интеграл	Понятие интегральной суммы. Определенный интеграл, геометрический и экономический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла. Приближенные методы интегрирования. Использование понятия определенного интеграла в экономике.
1.2	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций.
1.3	Векторные пространства. Функции многих переменных	Понятие координатного пространства. Понятие метрического, линейного, нормированного, евклидова пространства. Примеры экономических пространств. Замкнутые открытые, компактные множества в метрических пространствах. Точечные множества в $n$ -мерном пространстве. Функции многих переменных. Предел функции многих переменных. Непрерывность функции многих переменных. Основные свойства непрерывных функций. Понятие сложной функции. Непрерывность сложной функции. Частные и полные приращения функции многих переменных. Частные производные и дифференциал первого порядка в функции многих переменных. Дифференцируемость функций. Связь дифференцируемости с существованием частных производных. Дифференцируемость и непрерывность. Понятие производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной и неявной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Использование функций многих переменных в экономической теории. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума (критерий Сильвестра). Условный экстремум функции многих переменных. Теорема о разрешимости системы функциональных уравнений. Метод множителей Лагранжа. Понятие о методе наименьших квадратов. Примеры решения экономических задач.
1.4	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды. Определение числового ряда и его суммы. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки числового ряда (признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакопеременные ряды абсолютная и условная сходимость. Понятие о функциональных рядах. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Разложение функции в степенные ряды (ряды Тейлора и Маклорена). Применение рядов в приближенных вычислениях.
1.5	Дифференциальные уравнения	Экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Задача Коши. Линейные дифференциальные уравнения (однородные, неоднородные, с постоянными коэффициентами). Дифференциальные уравнения второго порядка. Приложения дифференциальных уравнений в экономике.

1.6	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	Предмет теории вероятностей. Необходимость и условия применения вероятностных методов в экономике. Предмет математическая статистика. Связь математической статистики с теорией вероятностей. Понятие испытания. Определение события. Виды событий. Действия над событиями. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическое определение вероятности. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
1.7	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	Множество элементарных событий. Множество событий. Понятие об алгебре множеств и о $\sigma$ -алгебре. Аксиомы Колмогорова. Понятие вероятностного пространства. Теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Условная вероятность. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний. Функция Лапласа, интегральная функция Лапласа и их применение для решения задач в условиях повторения испытаний.
1.8	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин.	Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин. Мода. Медиана. Дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.
1.9	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Биномиальный закон. Гипергеометрическое распределение. Закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило "трех сигм". Показательное распределение. Примеры использования законов распределения для моделирования экономических процессов. Генерирование псевдослучайных чисел с заданным законом распределения в Excel. Понятие закона больших чисел. Роль закона больших чисел в изучении статистических закономерностей в экономике. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Понятие центральной предельной теоремы. Понятие о теореме Ляпунова.
1.10	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	Генеральная совокупность и выборка (выборочная совокупность). Выборка из одномерного и многомерного распределения. Способы отбора. Выборочное распределение. Вариационный ряд, его характеристики и графическое изображение. Гистограмма. Полигон. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения и ее свойства. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Обработка результатов наблюдений с использованием Excel. Понятие оценки параметров. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Примеры построения доверительных интервалов. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии. Статистическое оценивание в Excel.
1.11	Проверка статистических гипотез.	Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распреде-

		ления вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера). Проверка гипотез с использованием Excel.
<b>2. Практические занятия</b>		
2.1	Определенный интеграл	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и метод замены переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла.
2.2	Несобственные интегралы	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и несобственные интегралы от неограниченных функций.
2.3	Функции многих переменных	Функции многих переменных. Частные производные и дифференциал первого порядка в функции многих переменных. Понятие производной по направлению и градиента. Дифференцирование сложной и неявной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. . Использование функций многих переменных в экономической теории. Локальный экстремум функции многих переменных. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума (критерий Сильвестра). Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа.
2.4	Числовые и функциональные ряды	Числовые ряды. Определение числового ряда и его суммы. Необходимый признак сходимости числовых рядов. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки числового ряда (признак сравнения, признак Даламбера, интегральный признак Коши). Знакопеременные ряды абсолютная и условная сходимость. Понятие о функциональных рядах. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
2.5	Дифференциальные уравнения	Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные уравнения первого порядка. Уравнения в полных дифференциалах. Задача Коши. Линейные дифференциальные уравнения (однородные, неоднородные, с постоянными коэффициентами). Дифференциальные уравнения второго порядка.
2.6	Основные понятия теории вероятностей.	Определение события. Виды событий. Действия над событиями. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
2.7	Основные теоремы теории вероятностей.	Теорема сложения вероятностей для совместных и несовместных событий. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Условная вероятность. Теоремы умножения для зависимых и независимых событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний. Функция Лапласа, интегральная функция Лапласа и их применение для решения задач.
2.8	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин.	Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные и непрерывные случайные величины. Понятие закона распределения случайной величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал. Математическое ожидание дискретных и непрерывных случайных величин. Мода. Медиана. Дисперсия дискретных и непрерывных случайных величин. Начальные и центральные моменты случайных величин. Асимметрия. Эксцесс. Вычисление числовых характеристик с использованием Excel.
2.9	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	Биномиальный закон. Гипергеометрическое распределение. Закон Пуассона. Равномерный закон. Нормальный закон. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило "трех сигм". Показательное распределение. Понятие закона больших чисел. Примеры действия закона больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.



2.10	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	Выборка из одномерного и многомерного распределения. Вариационный ряд, его характеристики и графическое изображение. Гистограмма. Полигон. Выборочный аналог функции распределения – эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты. Понятие оценки параметров. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечные оценки параметров распределения. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии.
2.11	Проверка статистических гипотез.	Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующие гипотезы. Критерии проверки статистических гипотез. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода. Проверка гипотез о законах распределения. Критерий согласия. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий. Распределения вероятностей, используемые для проверки статистических гипотез (распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера).

### 13.2 Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)			
		Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
Линейная алгебра, математический анализ (1 семестр)					
1	Введение. Основные понятия линейной алгебры. Векторы и матрицы	3	4	6	13
2	Системы линейных уравнений	4	4	6	14
3	Линейные пространства	1	-	4	5
4	Евклидовы пространства	1	-	4	5
5	Элементы аналитической геометрии	1	-	4	5
6	Введение. Элементы теории множеств	2	2	4	8
7	Последовательности, предел последовательности	2	1	4	7
8	Функции. Предел функции	4	8	6	18
9	Непрерывность функции	2	1	6	9
10	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	6	5	10	21
11	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	5	4	10	19
12	Неопределенный интеграл	3	5	12	20
	Итого:	34	34	76	144
Математический анализ, теория вероятностей и математическая статистика (2 семестр)					
1	Определенный интеграл	2	1	4	7
2	Несобственные интегралы	1	1	4	6
3	Векторные пространства. Функции многих переменных	8	10	4	22
4	Числовые и функциональные ряды	2	2	4	8
5	Дифференциальные уравнения	1	2	4	7
6	Введение. Основные понятия теории вероятностей.	4	4	2	10
7	Вероятностное пространство. Основные теоремы теории вероятностей.	4	4	4	12
8	Случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин.	4	4	4	12

9	Основные законы распределения. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.	4	2	2	8
10	Статистическое описание результатов наблюдений. Статистические методы оценки параметров.	2	2	4	8
11	Проверка статистических гипотез.	2	2	4	8
	Итого:	34	34	40	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, контрольные работы, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

Методические указания для обучающихся при работе над конспектом лекций во время проведения лекции.

Лекция – систематическое, последовательное, чаще монологическое изложение преподавателем учебного материала, как правило, теоретического характера.

В процессе лекции обучающимся рекомендуется вести конспект, что позволит впоследствии вспомнить изученный материал, дополнить содержание при самостоятельной работе с литературой, подготовиться к экзамену.

Следует также обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Любая лекция должна иметь логическое завершение, роль которого выполняет заключение. Выводы формулируются кратко и лаконично, их целесообразно записывать. В конце лекции обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по теме лекции.

Методические указания для обучающихся при работе на практическом занятии.

Практические занятия реализуются в соответствии с рабочим учебным планом при последовательном изучении тем дисциплины.

В ходе подготовки к практическим занятиям обучающимся рекомендуется изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При этом следует учесть рекомендации преподавателя и требования учебной программы. Рекомендуется также дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной рабочей программой.

В связи с тем, что активность обучающегося на практических занятиях является предметом контроля его продвижения в освоении курса, то подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

Решение задач – выполнение обучающимися набора практических предметной области с целью выработки навыков их решения.

Прежде чем приступить к решению задач, обучающемуся необходимо ознакомиться с соответствующими разделами программы дисциплины по учебной литературе, рекомендованной программой курса; получить от преподавателя информацию о порядке проведения занятия, критериях оценки результатов работы; получить от преподавателя конкретное задание и информацию о сроках выполнения, о требованиях к оформлению и форме представления результатов.

При выполнении задания необходимо привести развернутые пояснения хода решения и проанализировать полученные результаты. При необходимости обучающиеся имеют возможность задать вопросы преподавателю по трудностям, возникшим при решении задач.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Кремер Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум : [для студ. вузов, обуч. по экон. специальностям, по специальности 061800 "Мат. методы в экономике" и др. экон. специальностям] / Н.Ш. Кремер, М.Н. Фридман ; Финансовый ун-т при Правительстве Рос. Федерации ; под ред. Н.Ш. Кремера. — Москва : Юрайт, 2014. — 307 с.
2.	Высшая математика для экономистов : учебник / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман ; ред. Н.Ш. Кремер. - 3-е изд. - Москва : Юнити-Дана, 2015. - 482 с. : граф. - («Золотой фонд российских учебников»). - ISBN 978-5-238-00991-9 ; То же [Электронный ресурс]. - <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=114541">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=114541</a>
3.	Лобкова, Н.И. Высшая математика для экономистов и менеджеров [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.И. Лобкова, Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов ; Под ред. Ю.А. Хватова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 520 с. — <a href="https://e.lanbook.com/book/110909">https://e.lanbook.com/book/110909</a> .
4.	Блягоз, З.У. Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций [Электронный ресурс] : учебное пособие / З.У. Блягоз. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 224 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/103061">https://e.lanbook.com/book/103061</a>
5.	Блягоз, З.У. Задачник по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] : учебное пособие / З.У. Блягоз. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 236 с. — <a href="https://e.lanbook.com/book/103060">https://e.lanbook.com/book/103060</a> .
6.	Основы математического анализа : учебное пособие / [В.В. Давнис и др.] ; Воронеж. гос. ун-т. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2017. — 203 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1.	Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике.- М.: Наука, 2005. – 352 с.
2.	Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика:[учебник для студ. вузов, обуч. по экон. спец.]/ Н.Ш. Кремер – Москва: ЮНИТИ, 2010 – 550 с.
3.	Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для студ. вузов / В.Е. Гмурман. — Изд. 11-е, стер. — М. : Высш. шк., 2005. — 478 с.
4.	Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. — Изд. 10-е, стер. — М. : Высшая школа, 2005. — 403 с.
5.	Калинина В. Н. Математическая статистика : [Учебник для сред. спец. учеб. заведений] / В.Н. Калинина, В.Ф. Панкин. — 2-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 1998. — 335 с.
6.	Красс М. С. Математика для экономического бакалавриата : учебник для студ., обуч. по направлению "Экономика" и экон. специальностям / М. С. Красс, Б.П. Чупрынов ; Акад. нар. хоз-ва при Правительстве Рос. Федерации. — М. : Дело, 2005. — 574 с.
7.	Шипачев В. С. . Курс высшей математики : учебник / В.С. Шипачев ; под ред. А. Н. Тихонова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Проспект : Велби, 2004. — 560 с.
8.	Шипачев В. С. Задачник по высшей математике : учебное пособие для студ. вузов / В.С. Шипачев. — 3-е изд., стер. — М. : Высш. шк., 2003. — 303 с.
9.	Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. том. 1, 2 :Учебник - М.: МГУ, 1985. – 660 с.
10.	Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании:Учебник – М.: Изд. «Дело», 2001. – 688 с.
11.	Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу:Учебное пособие для вузов/Б.П Демидович - М.:Наука, 1977. – 524 с.
12.	Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики/ А.Н. Бородин: Учебное пособие – 8-е изд., стер./ СПб.: Изд-во Лань 2011, 254 с. - ISBN 978-5-8114-0442-1
13.	Бубнов В. А. Линейная алгебра: компьютерный практикум/ В.А. Бубнов, Г.С. Толстова, О.Е.

	Клемешева. – М.: Наука, 1988. – 224 с.
14.	Бугров Я.С. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / Я.С. Бугров, С.М. Никольский – М. : Наука, 1988. – 224 с.
15.	Малыхин В. И. Математика в экономике: учебное пособие. – М. : ИНФРА-М – 2002. – 352 с.
16.	Венцель Е.С. Теория вероятностей. – М. Высшая школа, 1998. – 576 с.
17.	Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М.: Наука, 1974. – 120 с.
18.	Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 480 с.
19.	Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. – М.: Агар, 2000. – 256 с.
20.	Методические указания для самостоятельной работы обучающихся по курсу "Математика" [Электронный ресурс] : для студ. 1 курса экон. фак. по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом". Ч.1. Математический анализ / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: О.С. Воищев, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских, Я.А. Юрова] .— Электрон. текстовые дан.— Воронеж, 2015 .— 76 с.
21.	Методические указания для самостоятельной работы обучающихся по курсу "Математика" (Линейная алгебра и Теория вероятностей и математическая статистика) [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом" / Воронеж. гос. ун-т ; [сост. : В.В. Давнис. О.С. Воищева, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских]] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 . — 102 с.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

№	Источник
1.	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
	Портал «Электронный университет ВГУ» – Moodle: URL: <a href="https://edu.vsu.ru/">https://edu.vsu.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное изучение отдельных тем и вопросов учебной дисциплины. Самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Для обеспечения самостоятельной работы на кафедре Информационных технологий и математических методов в экономике разработаны методические указания к самостоятельной работе обучающихся.

Виды самостоятельной работы: конспектирование учебной и научной литературы; проработка учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе); работа в электронной библиотечной системе; работа с информационными справочными системами, выполнение домашних заданий (практических и теоретических); выполнение контрольных работ; подготовка к практическим занятиям; работа с вопросами для самопроверки.

Особенности учебно-методического обеспечения самостоятельной работы для лиц с ОВЗ:

Студенты с ограниченными возможностями здоровья имеют свои специфические особенности восприятия, переработки материала. Подбор и разработка учебных материалов для таких обучающихся производится с учетом того, чтобы предоставить этот мате-

риал в различных формах так, чтобы обучающийся с нарушениями слуха получил информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально.

Предусмотрено в случае необходимости создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей, альтернативную версию медиаконтентов, предусмотрена возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотрена доступность управления контентом с клавиатуры.

№ п/п	Источник
1.	Методические указания для самостоятельной работы обучающихся по курсу "Математика" [Электронный ресурс] : для студ. 1 курса экон. фак. по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом". Ч.1. Математический анализ / Воронеж. гос. ун-т ; [сост.: О.С. Воищев, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских, Я.А. Юрова] .— Электрон. текстовые дан..— Воронеж, 2015 .— 76 с.
2.	Методические указания для самостоятельной работы обучающихся по курсу "Математика" (Линейная алгебра и Теория вероятностей и математическая статистика) [Электронный ресурс] : для студ. 2 к. экон. фак. по направлениям "Менеджмент" и "Управление персоналом" / Воронеж. гос. ун-т ;[ сост. : В.В. Давнис. О.С. Воищева, Л.А. Шишкина, С.С. Щекунских]] .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж, 2015 . — 102 с.

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)** Программа курса реализуется с применением дистанционных образовательных технологий

Для организации занятий требуется:

- персональный компьютер и видеопроекторное оборудование;
- программное обеспечение общего назначения Microsoft Office;
- специализированное программное обеспечение при изучении дисциплины не используется.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Учебная аудитория: специализированная мебель, проектор, экран для проектора настенный, компьютер, цифровая аудио платформа, телевизоры (2 шт.), комплект активных громкоговорителей, микрофон проводной, плакаты.

**19. Фонд оценочных средств:**

**19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения**

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенций посредством формирования знаний, умений, навыков)	Этапы формирования компетенции (модули, разделы дисциплины и их наименования)	ФОС (средства оценивания)

ОК – 7 способностью использовать основы экономических и математических знаний при оценке эффективности деятельности в различных сферах	Знать: - основные понятия и инструменты математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики.	Лекции (1 сем.) 1.1 – 1.12 (2 сем.) 1.1 – 1.11	Тестовые задания
	Уметь: - решать типовые математические задачи, используемые при оценке эффективности результатов в различных сферах деятельности - использовать математический язык и математическую символику при построении экономико-математических моделей; - обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные; -решать типовые прикладные задачи, проводить их анализ, получать количественные соотношения; - использовать математический аппарат при для решения теоретических и прикладных задач; - содержательно интерпретировать полученные количественные результаты.	Практические задания (1 сем.) 2.1 – 2.11 (2 сем.) 2.1 – 2.11	Практические и тестовые задания, контрольные работы.
	Владеть: - навыками работы со специальной математической литературой; - основными математическими понятиями в виде математических моделей наиболее важных, существенных связей в экономике и управлении; - математическими, статистическими и количественными методами решения типовых прикладных задач.		
Промежуточная аттестация			КИМ

## 19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете/экзамене используются следующие показатели: владение теоретическими основами математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики; умение применять теоретические знания для решения практических задач; умение решать типовые задачи математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, проводить их анализ, получать количественные соотношения; умение использовать математический аппарат при решении теоретических и прикладных задач; владение основными математическими понятиями в виде математических моделей наиболее существенных связей в экономике и управлении; владение математическими, статистическими и количественными методами решения типовых прикладных задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено. Зачтено в случае сформированности компетенций повышенного, базового или порогового уровней.

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерий оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом математического анализа, линейной алгебры и теории вероятностей и математической статистики, способен применять теоретические знания для решения практических задач; умеет решать типовые задачи математического анализа, линейной алгебры и теории вероятностей и математической статистики, проводить их анализ, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; владеет математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет понятийным аппаратом математического анализа, линейной алгебры и теории вероятностей и математической статистики, при применении теоретических знаний для решения практических задач допускает незначительные ошибки; при решении типовых задач математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики допускает незначительные вычислительные ошибки; умеет проводить анализ типовых задач математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; владеет математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся частично владеет теоретическими основами математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, не умеет применять теоретические знания для решения практических задач, допускает ошибки при решении типовых задач математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики; способен фрагментарно проводить анализ типовых задач математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, получать количественные соотношения; умеет фрагментарно использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач; владеет частично математическими, статистическими и количественными методами решения типовых задач.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания теоретических основ математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, допускает грубые ошибки при решении типовых задач математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, не умеет использовать математический аппарат при решении теоретических и практических задач.	-	Неудовлетворительно

### **19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **19.3.1 Перечень вопросов к зачету, экзамену:**

##### **1 семестр Перечень вопросов**

##### **Линейная алгебра.**

1. Понятие  $n$ -мерного вектора, основные определения.

2. Операции над векторами, основные свойства операций.
3. Линейная зависимость системы векторов.
4. Лемма о линейной зависимости системы векторов, содержащей нулевой вектор.
5. Лемма о линейной зависимости диагональной системы векторов.
6. Базис и ранг системы векторов.
7. Матрицы. Основные понятия и определения.
8. Операции над матрицами. Свойства операций.
9. Определитель матрицы, свойства определителя.
10. Вычисления определителей 2-го, 3-го и высшего порядков.
11. Понятие обратной матрицы. Теорема о существовании и нахождении обратной матрицы.
12. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью преобразований Гаусса.
13. СЛАУ. Матрично-векторная запись СЛАУ. Понятие решения СЛАУ. Классификация СЛАУ по наличию решений.
14. Критерий совместности СЛАУ (теорема Кронекера-Капели).
15. Методы решения СЛАУ квадратного вида ( $n \times n$ )
  1. Метод Крамера
  2. Метод обратной матрицы
  3. Метод Гаусса
16. Решение СЛАУ прямоугольного вида ( $m \times n$ ). Общее решение, частное решение, базисное решение, опорное решение.
17. Однородная система уравнений. Теорема о существовании нетривиального решения (случай, когда система  $n \times n$ ).
18. Необходимое и достаточное условие существования нетривиального решения системы  $n \times m$ .
19. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений.
20. Общее решение системы уравнений в векторной форме.
21. Собственное значение и собственный вектор матрицы.
22. Свойства собственных векторов матрицы.
23. Ортогональная и ортонормированная системы векторов.
24. Ортогонализация системы векторов.
25. Собственные векторы симметрической матрицы. Алгоритм построения ортонормированного базиса.
26. Приведение квадратной матрицы к диагональному виду.
27. Ортогональные матрицы. Построение ортогональной матрицы.
28. Понятие квадратичной формы. Стандартный и канонический виды квадратичной формы.
29. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

### **Математический анализ.**

1. Множества. Операции над множествами.
2. Ограниченность множества. Точная верхняя и нижняя грани множества. Свойство точных граней.
3. Теорема о существовании точных граней.
4. Открытые, замкнутые множества. Компактность множества. Отображение.
5. Последовательности. Действия над ними.
6. Ограниченные и неограниченные последовательности.
7. Бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Связь между ними.
8. Свойства бесконечно малых последовательностей.
9. Сходящиеся последовательности.
10. Теорема о единственности предела сходящейся последовательности.
11. Алгебраическая сумма, произведение, частное сходящихся последовательностей.
12. Предельный переход в неравенствах.
13. Теорема о трех последовательностях.
14. Монотонные последовательности.
15. Число  $e$ .
16. Теорема о вложенных промежутках.
17. Понятие функции. Способы задания.
18. Предел функции в точке. Правый, левый пределы функции (по Гейне и по Коши).
19. Предел функции на бесконечности (по Гейне и по Коши).



20. Теоремы о пределах функции.
21. Первый замечательный предел.
22. Второй замечательный предел.
23. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между ними.
24. Сравнение бесконечно малых функций.
25. Непрерывность функции.
26. Точки разрыва функции (первого рода, второго рода, устранимый разрыв).
27. Теорема об арифметических свойствах непрерывных функций.
28. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.
29. Первая теорема Больцано-Коши.
30. Вторая теорема Больцано-Коши.
31. Точная верхняя и точная нижняя грани функции.
32. Первая теорема Вейерштрасса.
33. Вторая теорема Вейерштрасса.
34. Непрерывность сложной функции.
35. Непрерывность обратной функции.
36. Понятие производной. Геометрический смысл.
37. Понятие дифференцируемости функции.
38. Теорема о связи дифференцируемости функции и существованием производной.
39. Связь непрерывности и дифференцируемости.
40. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
41. Бесконечно малые, бесконечно большие функции. Связь между ними.
42. Свойства бесконечно малых функций.
43. Правила сравнения бесконечно малых и бесконечно больших функций.
44. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного двух функций.
45. Производные функций

$$y = x^n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad y = \cos x, \quad y = \sin x, \quad y = \operatorname{tg} x, \quad y = \operatorname{ctg} x,$$

$$y = \log_a x, \quad a > 0, a \neq 1.$$

46. Теорема о производной обратной функции.

47. Производные функций  $y = a^x, a > 0, a \neq 1,$

$$y = \arcsin x, \quad y = \arccos x, \quad y = \operatorname{arctg} x, \quad y = \operatorname{arcctg} x.$$

48. Дифференцирование сложной функции.

49. Прием логарифмического дифференцирования. Производная функции  $y = x^\alpha, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$

50. Производные высших порядков.
51. Дифференциалы высших порядков.
52. Возрастание и убывание функции в точке.
53. Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие.
54. Теорема Ролля.
55. Теорема Лагранжа.
56. Теорема Коши.
57. Условия монотонности функции на интервале.
58. Формула Тейлора.
59. Первое достаточное условие экстремума.
60. Второе достаточное условие экстремума.
61. Экстремум функции не дифференцируемой в данной точке.
62. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
63. Необходимое условие точки перегиба.
64. Достаточное условие точки перегиба.
65. Асимптоты графика функции.
66. Понятие первообразной. Основные свойства (лемма, теорема).
67. Понятие неопределенного интеграла.
68. Метод замены переменной.
69. Метод интегрирования по частям.
70. Основные типы интегралов берущихся по частям.

71. Теорема о представлении рациональной функции в виде суммы элементарных дробей с неопределенными коэффициентами.
72. Метод неопределенных коэффициентов.
73. Основные типы интегралов от рациональных функций.
74. Интегрирование тригонометрических функций.
75. Интегрирование некоторых иррациональных функций.

## 2 семестр

### Математический анализ

1. Понятие интегральной суммы. Геометрический смысл.
2. Понятие определенного интеграла.
3. Основные свойства определенного интеграла.
4. Интеграл с переменным верхним пределом.
5. Формула Ньютона-Лейбница.
6. Замена переменных в определенном интеграле.
7. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
8. Приближенное вычисление определенного интеграла.
9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами.
10. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
11. Метрические, линейные, нормированные, евклидовы пространства.
12. Понятие функции  $n$  переменных. Предел функции  $n$  переменных.
13. Непрерывность функции  $n$  переменных.
14. Непрерывность функции  $n$  переменных по одной из переменных.
15. Непрерывность сложной функции.
16. Частные производные функции  $n$  переменных.
17. Дифференцируемость функции  $n$  переменных.
18. Дифференциал функции  $n$  переменных.
19. Дифференцирование сложной функции.
20. Производная по направлению. Градиент.
21. Частные производные высших порядков функции  $n$  переменных.
22. Дифференциал второго порядка функции  $n$  переменных.
23. Квадратичная форма. Критерий Сильвестра.
24. Локальный экстремум функции  $n$  переменных. Необходимое условие локального экстремума.
25. Достаточные условия локального экстремума функции  $n$  переменных.
26. Неявные функции. Производная неявной функции.
27. Условный экстремум.
28. Метод множителей Лагранжа.
29. Определение числового ряда, частичной суммы, сходящегося ряда.
30. Свойства сходящихся числовых рядов.
31. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряда.
32. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами.
33. Признак сравнения.
34. Признак Даламбера.
35. Интегральный признак Коши. Пример.
36. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница.
37. Знакопеременные ряды, их сходимость. Абсолютная и условная сходимость.
38. Степенные ряды.
39. Теорема Абеля.
40. Теорема об интервале сходимости степенного ряда.
41. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда.
42. Определение дифференциального уравнения первого порядка. Решение уравнения. Задача Коши. Общее и частное решение уравнения.
43. Уравнения с разделяющимися переменными.
44. Линейные уравнения.
45. Уравнения в полных дифференциалах.

46. Дифференциальные уравнения второго порядка (основные понятия, уравнения допускающие понижения порядка).
47. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами).

### **Теория вероятностей и математическая статистика.**

1. Понятие испытания. Пространство элементарных событий.
2. Определение событий. Виды событий. Действия над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты.
5. Статистическая вероятность.
6. Геометрическая вероятность.
7. Вычисление вероятностей с использованием комбинаторных схем.
8. Пространство элементарных исходов. Событие и его вероятность.
9. Понятие об алгебре множеств и  $\sigma$ -алгебре. Аксиомы Колмогорова.
10. Понятие вероятностного пространства.
11. Теорема сложения вероятностей для несовместных событий.
12. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
13. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
14. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий.
15. Вероятность появления хотя бы одного события.
16. Формула полной вероятности.
17. Формула Байеса.
18. Независимые испытания Бернулли. Теорема Бернулли.
19. Наивероятнейшее число появления события в последовательности независимых испытаний.
20. Формула Пуассона.
21. Приближенные формулы Муавра-Лапласа (локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа). Следствие интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
22. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
23. Ряд распределения дискретной случайной величины.
24. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
25. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
26. Математическое ожидание дсв и нсв. Свойства математического ожидания.
27. Дисперсия дсв и нсв. Свойства дисперсии.
28. Мода, медиана, асимметрия, эксцесс.
29. Квантили. Понятие процентной точки.
30. Начальные и центральные моменты случайных величин, связь между ними.
31. Биномиальный закон распределения.
32. Геометрическое распределение.
33. Гипергеометрическое распределение.
34. Закон Пуассона.
35. Равномерный закон.
36. Показательное распределение.
37. Нормальный закон.
38. Вычисление вероятности попадания случайной величины, подчиненной нормальному закону, в заданный интервал. Правило «трех сигм».
39. Понятие закона больших чисел.
40. Неравенство Чебышева.
41. Теорема Чебышева.
42. Обобщенная теорема Чебышева.
43. Центральная предельная теорема.
44. Генеральная совокупность и выборка. Выборочное распределение.
45. Вариационный ряд, его характеристики. Гистограмма. Полигон.
46. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.

47. Числовые характеристики выборочного распределения: выборочное среднее, выборочная дисперсия, медиана, асимметрия, эксцесс, выборочные моменты.
48. Понятие оценки параметра. Свойства оценок: состоятельность, несмещенность, эффективность.
49. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительный интервал.
50. Оценки для выборочного среднего и выборочной дисперсии.
51. Описание гипотез. Простые и сложные гипотезы. Нулевая и конкурирующая гипотезы.
52. Критерии проверки статистических гипотез.
53. Уровень значимости и мощность критерия. Ошибки первого и второго рода.
54. Проверка гипотез о законах распределения.
55. Критерий согласия.
56. Проверка гипотез о равенстве средних и дисперсий.

### 19.3.2 Перечень практических заданий

1. Вычислить выражение  $X = ((A - B) * C)^T * D^T$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad D = (3 \ 5 \ 1)$$

2. Вычислите выражение  $X = (AB - 3C^T)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad B = (7 \ 2 \ 4) \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Вычислите выражение  $X = (ABC + 2D)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = (2 \ 5 \ 1) \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -5 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Вычислите выражение  $X = (AB)^T + (CD)^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad D = (2 \ -1 \ 3)$$

5. Вычислите выражение  $X = AB - BC + 5C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \det A = ? \quad 2. A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \det A = ?$$

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix} \det A = ? \quad 4. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \det A = ?$$

2. Найдите обратную матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 4 & -6 & 2 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 2 & -5 \end{pmatrix}$$

5. Решить матричное уравнение: а)  $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ;

б)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 6 & 5 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

6. Найдите общее и базисное решения системы уравнений:

а) 
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 2 \\ x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 1 \end{cases};$$

б) 
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7 \\ 6x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ 11x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - x_5 = -5 \end{cases}.$$

7. Исследовать однородную систему на наличие у нее нетривиального решения:

а) 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_4 = 0 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}; \quad б) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}.$$

8. Решить методом обратной матрицы систему уравнений, предварительно вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 - x_3 = -8 \\ 6x_1 + 8x_2 + 6x_3 = -5; \text{ б) } \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_2 + 4x_3 = -5 \\ x_1 + x_3 = -2 \end{cases};$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -6 \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -5. \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

9. Решить системы уравнений методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -3 \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1 \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12 \end{cases};$$

$$\text{в) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \end{cases}; \quad \text{г) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 9 \end{cases}.$$

1) Определите следующие множества:

- пересечение четных и нечетных чисел;
- пересечение множеств целых и четных чисел;
- объединение множеств четных и нечетных чисел;
- разность множеств целых и четных чисел.

2) Даны три множества:  $A = [-2; 8]$ ;  $B = (-4; 11)$ ;  $C = [0; 9)$ .

Найдите следующие множества:  $A \cap B \cap C$ ;  $(A \cup B) \cap C'$ ;  $A \cup B \cup C$ ;  $(A' \cap B) \cup C$ .

3) Проверить графически справедливость равенства:

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C).$$

4) Проверить графически справедливость следующих равенств:

- $A \cup B = B \cup A$ ;
- $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ;
- $A \cap B = B \cap A$ ;
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ;
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ;
- $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ;
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ;
- $(A \cap B) \setminus B = A \setminus B$ ;
- $A \cap (B \cup C) = A \setminus (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ ;
- $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$ ;
- $A \cap B \cap C = A \setminus (A \setminus (B \cap C))$ ;
- $(A \cap C) \setminus B = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$ ;
- $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cap C)$ ;

15.  $(A \cap C) \cup (B \cap D) = (A \cup B) \cap (C \cup D)$ ;
16.  $(B \setminus C) \cup (B \setminus A) = A \setminus C$ ;
17.  $A \setminus C = (A \setminus B) \cup (B \setminus C)$ ;
18.  $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C) = (A \cap C) \setminus B$ ;
19.  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ ;
20.  $(A \cap B')' \cup B = A' \cup B$ ;
21.  $(A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$ ;
22.  $((A \cap D) \cup (B \cup D'))' = (A' \cap D) \cup (B' \cup D)$ ;
23.  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus C) \cup (A \cup B)$ ;
24.  $(A \setminus B) \cup C = ((A \cup C) \setminus B) \cup (B \cap C)$ ;
25.  $(A \setminus B) \setminus (C \setminus D) = (A \setminus (B \cup C)) \cup ((A \cap D) \setminus B)$ .

**1. Свойства пределов. Раскрытие неопределенности  $\frac{0}{0}$ .**

Найти пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 1}{2x + 1}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{1 - \cos 4x}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 7x + 4)$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x + 4}$ .

5. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x - \cos 2x)$ .	6. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{2}x^3 - x + 2\right)$ .
7. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{3 + \sqrt[4]{2x^3}}$ .	8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ .
9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$ .	10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ .
11. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ .	12. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ .

13.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}$ .

14.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ .

15.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} x}{\sin 2x}$

16.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$ .

17.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8}$ .

18.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\cos x - \sin x}$ .

19.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + 3x} - 1}$ .

20.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$ .

21.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ .

22.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}{\sin 2x}$ .

Неопределенности вида  $\frac{\infty}{\infty}$

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{3x^2 - 4x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 4x + 1}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2}{1 - x^2} + 2^{\frac{1}{x}} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{2x^2 + 3x + 4}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 7x}{1 - 2x^3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{\sqrt{3x^2 + 1}}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{1 + 2 + 3 + \dots + n}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{2x^2 + 3x + 4}.$$

Предел отношения  $\frac{\sin x}{x}$  при  $x \rightarrow 0$

Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{3}}{x}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \sin x}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x + 2} - \sqrt{2}}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 3x}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x + 1} - 1}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

4. Неопределенности вида  $\infty - \infty$  и  $0 \cdot \infty$

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x).$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1} \right).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x - 4})$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x}).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{x}{2}} \right).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - x + 1}).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 9}).$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x \right).$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x - 2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right).$$



$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{3x^2 - 4} - \frac{x^2}{3x + 2} \right).$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left( x - \frac{\pi}{2} \right) \cdot \operatorname{tg} x.$$

*Второй замечательный предел*

Найти пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{5}{n} \right)^n.$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{3n} \right)^n.$$

$$3. \lim_{n \rightarrow -\infty} \left( 1 + \frac{4}{n} \right)^{n+3}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{1/x}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{(1-x)/x}.$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^n.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+1} \right)^{2x}.$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n+4}.$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-3}{n} \right)^{\frac{n}{2}}.$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(n+3) - \ln n).$$

11. Используя определение предела функции доказать, что:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5) = 1;$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 6} (2x - 5) = 7;$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} (3x + 5) = 11;$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = 2;$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4.$$

12. Доказать, что  $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$ . Найти такое  $\delta$ , чтобы для  $|x - 2| < \delta$  выполнялось

$$|f(x) - 3| = |(2x - 1) - 3| < 0,01.$$

13. Сформулировать на “языке  $\varepsilon - \delta$ ” и на “языке последовательностей” определения:

1) бесконечно большой функции; 2) бесконечно малой функции:

а) при  $x \rightarrow +\infty$ ; б) при  $x \rightarrow -\infty$ ; в) при  $x \rightarrow \infty$ ; г) при  $x \rightarrow a^+$ ; д)  $x \rightarrow a^-$ .

14. Сравнить бесконечно малые в точке  $x = 0$  функции:

$$1) \alpha(x) = \sin x \text{ и } \beta(x) = x;$$

$$2) \alpha(x) = \sin x \text{ и } \beta(x) = \sin x;$$

$$3) \alpha(x) = 1 - \cos x \text{ и } \beta(x) = x.$$

15. Используя сравнение бесконечно малых функций найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x + x^3}$ .

16. Сравнить бесконечно большие функции:

1)  $\alpha(x) = \frac{1+x}{x}$  и  $\beta(x) = \frac{1}{x}$  в точке  $x = 0$ ;

2)  $\alpha(x) = x^2 + x$  и  $\beta(x) = 3x - 2$  при  $x \rightarrow \infty$ ;

3)  $\alpha(x) = 3x^2 + 1$  и  $\beta(x) = x^2 - 5$  при  $x \rightarrow \infty$ ;

#### Понятие производной

1. Найти  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ , если:

а)  $y = ax^2 + bx$ ;      б)  $y = ax^2$ ;      в)  $y = x + \frac{1}{x}$ .

2. Используя определение производной, найдите производные функций в точке  $x = x_0$ :

1.  $f(x) = 3x + 2$ ;

2.  $f(x) = 5x^2$ ;

3.  $f(x) = -3x^2 - 5x$ ;

4.  $f(x) = 2x^3$ ;

5.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ;

6.  $f(x) = \frac{2}{x}$ ;

#### Вычисление производных

Найти по формулам производные от функций.

1.  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$ .

2.  $y = x^4 + 3x^2 - 2x + 1$ .

3.  $y = 6\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[4]{x}$ .

4.  $y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$ .

5.  $y = 4x^5 - 3\sin x + 5\operatorname{ctgx}$ .

6.  $y = 3\sqrt{x} + 4\cos x - 2\operatorname{tgx} + 3$ .

7.  $y = 3 + 4x^2 + \sqrt[5]{x^3} + \frac{1}{x^2} + \sin x + \cos x$ .

8.  $y = x^2 \cos x$ .

9.  $y = x^2 \operatorname{ctgx}$ .

10.  $y = \frac{\cos x}{x^2}$ .

11.  $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ .

12.  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ ; вычислить  $f'(0)$ ,  $f'(1)$ ,  $f'(-1)$ .

13.  $f(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$ ; вычислить  $f'(2) - f'(-2)$ .

#### Производная сложной функции

Найти производные от функций:

1.  $y = \frac{1}{(1-x^2)^5}$ .

2.  $y = \sqrt{\cos 4x}$ .

3.  $y = \sqrt{2x - \sin 2x}$ .

4.  $y = (\sin x)^4$ .

$$5. y = \sqrt{\frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}.$$

$$6. y = \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right).$$

$$7. y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x} + \operatorname{tg} 2x.$$

$$8. y = \operatorname{tg} \sin \cos x.$$

*Производные логарифмических и показательных функций*

Найти производные от функций:

$$1. y = \ln(x^2 + 2x).$$

$$2. y = \ln \sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x.$$

$$3. y = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}).$$

$$4. y = \ln \frac{x^2}{1-x^2}.$$

$$5. y = 2\sqrt{x} - 4\ln(2 + \sqrt{x}).$$

$$6. y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

$$7. y = \ln(e^{2x} + \sqrt{e^{4x} + 1}).$$

$$8. y = \ln \sqrt{\frac{e^{4x}}{e^{4x} + 1}}.$$

$$9. y = \ln(\operatorname{ctg} x + \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 x}).$$

$$10. y = 5^{\sqrt[3]{\cos x} \cdot \operatorname{tg}^2 3x}.$$

$$11. y = \sqrt[5]{\ln \sin \frac{x+3}{4}}.$$

$$12. y = \ln(x \cdot \sin x \sqrt{1-x^2}).$$

*Производные обратных тригонометрических функций*

Найти производные от функций:

$$1. y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

$$2. y = x - \operatorname{arctg} x.$$

$$3. y = \arcsin \sqrt{1-4x}.$$

$$4. y = \arccos(1-2x).$$

$$5. y = \operatorname{arcctg} \frac{1+x}{1-x}.$$

$$6. y = x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x.$$

$$7. y = \arcsin(e^{3x}).$$

$$8. y = \operatorname{arctg} x + \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$$

$$9. y = x(\cos \ln x + \sin \ln x). \quad 10. f(x) = \arcsin \frac{x-1}{x}; \text{ найти } f'(5).$$

$$11. y = \ln \sin \operatorname{tg} e^{\frac{x}{2}}.$$

$$12. y = \ln \cos \frac{x-1}{x}.$$

$$13. y = x \sin\left(\ln x - \frac{\pi}{4}\right).$$

$$14. y = \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}.$$

$$15. y = \frac{3}{4} \ln \frac{x^2+1}{x^2-1} + \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x.$$

$$16. y = -\frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} x.$$

*Производные высших порядков*

1. Найти производные второго порядка от функций:

- 1)  $y = \sin^2 x$ ;      2)  $y = \operatorname{tg} x$ ;      3)  $y = \sqrt{1+x^2}$ ;  
4)  $y = e^{-x^2}$ ;      5)  $y = \operatorname{ctg} x$ ;      6)  $y = \arcsin \frac{x}{2}$ ;

2. Найти производные третьего порядка от функций:

- 1)  $y = \cos^2 x$ ;      2)  $y = \frac{1}{x^2}$ ;      3)  $y = x^2 \cdot \sin x$ ;  
4)  $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$ ;      5)  $y = x \cdot e^{-x}$ ;      6)  $y = e^x \cdot \cos x$ ;

3. Найти производные  $n$ -го порядка от функций:

- 1)  $y = e^{-\frac{x}{a}}$ ;      2)  $y = \ln x$ ;      3)  $y = \sqrt{x}$ ;  
4)  $y = x^n$ ;      5)  $y = \sin x$ ;      6)  $y = \cos^2 x$ ;  
7)  $y = 2^{3x}$ ;      8)  $y = \frac{1}{1+2x}$ ;      9)  $y = \sin^2 x$ ;

*Дифференциал функции*

Найти дифференциалы функций:

1.  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ ;      2.  $y = \sqrt{1+x^2}$ ;  
3.  $y = \sin^3 2x$ ;      4.  $y = \ln(\sin \sqrt{x})$ ;  
5.  $y = e^{-\frac{1}{\cos x}}$ ;      6.  $y = 2^{-x^2}$ ;  
7.  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2+1}$ ;      8.  $y = x^2 \cdot \sin \sqrt{x}$ ;

Исследовать функции и построить графики функций:

1.  $y = \frac{x^3}{3} + x^2$ ;      2.  $y = x^3 + 6x^2 + 9x$ ;  
3.  $y = \frac{x^2}{x^2-1}$ ;      4.  $y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x}$ ;  
5.  $y = \frac{2x^3}{x^2-4}$ ;      6.  $y = (x+1)(x-2)^2$ ;  
7.  $y = \frac{x^4}{(1+x)^3}$ ;      8.  $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$ ;

Найти интегралы:

1.  $\int \left( x^2 + 2x + \frac{1}{x} \right) dx$ .      2.  $\int \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx$ .  
3.  $\int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) dx$ .      4.  $\int \frac{10x^8 + 3}{x^4} dx$ .

5.  $\int \operatorname{ctg}^2 x dx.$

7.  $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx.$

9.  $\int \left( \frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$

11.  $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx;$

13.  $\int \left( \frac{1}{x^2-25} + \frac{1}{\sqrt{x^2+5}} \right) dx.$

15.  $\int \frac{x^2}{x^2+1} dx.$

17.  $\int (2^x + e^x) dx.$

19.  $\int e^x \left( 2 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right) dx.$

21.  $\int \frac{(x^2-1)^2}{x^3} dx.$

23.  $\int \frac{x-2}{\sqrt{x^3}} dx.$

25.  $\int \frac{3\operatorname{tg}^2 x + 4}{\sin^2 x} dx.$

27.  $\int \cos 3x dx.$

29.  $\int e^{-3x} dx.$

31.  $\int (e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}}) dx.$

33.  $\int (3-2x)^4 dx.$

35.  $\int \frac{2x-5}{x^2-5x+7} dx.$

37.  $\int \frac{dx}{1-10x}.$

39.  $\int \operatorname{ctg} x dx.$

41.  $\int \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} dx.$

6.  $\int \frac{3-2\operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx.$

8.  $\int \frac{dx}{\cos^2 x \sin^2 x}.$

10.  $\int \frac{x^4}{1+x^2} dx.$

12.  $\int \cos^2 \frac{x}{2} dx.$

14.  $\int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx.$

16.  $\int \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx.$

18.  $\int \frac{2^x + 5^x}{10^x} dx.$

20.  $\int a^x \left( 1 + \frac{a^{-x}}{x^3} \right) dx.$

22.  $\int \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} \right) dx.$

24.  $\int \frac{(2\sqrt{x}+1)^2}{x^2} dx.$

26.  $\int \left( \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx.$

28.  $\int \sin \frac{x}{2} dx.$

30.  $\int \frac{dx}{\cos^2 5x}.$

32.  $\int \sqrt{4x-1} dx.$

34.  $\int \sqrt[3]{5-6x} dx.$

36.  $\int \frac{x}{x^2+1} dx.$

38.  $\int \frac{e^{2x}}{1-3e^{2x}} dx.$

40.  $\int \operatorname{tg} x dx.$

42.  $\int \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx.$

43.  $\int \frac{dx}{\sqrt{25-4x^2}}$ .
44.  $\int \frac{dx}{x^2+4x+5}$ .
45.  $\int \frac{dx}{x^2-6x+13}$ .
46.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$ .
47.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}$ .
48.  $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$ .
49.  $\int x \ln(x-1) dx$ .
50.  $\int (\ln x)^2 dx$ .
51.  $\int \ln(x^2+1) dx$ .
52.  $\int \sqrt{x} \ln x dx$ .
53.  $\int x e^{2x} dx$ .
54.  $\int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$ .
55.  $\int e^x \sin x dx$ .
56.  $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$ .
57.  $\int (1+2 \cos x)^3 dx$ .
58.  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ .
59.  $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$ .
60.  $\int \frac{dx}{\sin x}$ .
61.  $\int \frac{dx}{\cos x}$ .
62.  $\int \frac{\cos x + \sin x}{\sin 2x} dx$ .
63.  $\int \frac{dx}{\cos^3 x}$ .
64.  $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$ .
65.  $\int \frac{\sin^3 x + 1}{\cos^2 x} dx$ .
66.  $\int \sin^2 3x dx$ .
67.  $\int (1 - \sin 2x)^2 dx$ .
68.  $\int (1 + 2 \cos x)^2 dx$ .
69.  $\int \cos^4 x dx$ .
70.  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$ .
71.  $\int \frac{dx}{3 + \cos x}$ .
72.  $\int \frac{dx}{1 + 3 \sin^2 x}$ .
73.  $\int \frac{2x+7}{x^2+x-2} dx$ .
74.  $\int \frac{5x+2}{x^2+2x+10} dx$ .
75.  $\int \frac{x^4 - 2x^3 + 3x + 4}{1+x^3} dx$ .
76.  $\int \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$ .
77.  $\int \frac{x^5 - x + 1}{x^2 + 1} dx$ .
78.  $\int \frac{-2x^4 + 4x^2 - 1}{1 - x^2} dx$ .
79.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$ .
80.  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 2}}$ .
81.  $\int x \sqrt{5-x} dx$ .
82.  $\int \frac{x-1}{\sqrt{2x-1}} dx$ .

$$83. \int \frac{dx}{x\sqrt{4x-x^2}}.$$

$$85. \int \frac{x+1}{x\sqrt{x-2}} dx.$$

$$87. \int \sqrt{16-x^2} dx.$$

$$89. \int \sqrt{4x+x^2} dx.$$

$$91. \int \frac{e^{3x}}{e^x+2} dx.$$

$$84. \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}}.$$

$$86. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2x}}.$$

$$88. \int \sqrt{3+2x-x^2} dx.$$

$$90. \int \frac{e^{2x}-2e^x}{e^{2x}+1} dx.$$

$$92. \int \frac{e^x+1}{e^x-1} dx.$$

Вычислить определенные интегралы:

$$1. \int_0^2 (3x^2-1) dx.$$

$$3. \int_0^1 \sqrt{1-x} dx.$$

$$5. \int_3^5 x\sqrt{x^2-9} dx.$$

$$7. \int_0^{\pi/4} \sin 4x dx.$$

$$9. \int_1^e \frac{dx}{x(1-\ln^2 x)}.$$

$$2. \int_1^2 (x^2 + \frac{1}{x^4}) dx.$$

$$4. \int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(8+3x)^3}.$$

$$6. \int_1^2 (x^2 - 2x + 2) dx.$$

$$8. \int_0^{2\pi} \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$10. \int_1^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}.$$

Вычислить интегралы или установить их расходимость:

$$1. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^5}.$$

$$3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+8}.$$

$$5. \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{x^3+1} dx.$$

$$7. \int_{-\infty}^0 xe^x dx.$$

$$9. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}.$$

$$2. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}.$$

$$4. \int_0^{+\infty} \frac{\arctg x}{x^2+1} dx.$$

$$6. \int_2^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{x} dx.$$

$$8. \int_0^{+\infty} x \sin x dx.$$

$$10. \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^3}.$$

Найти частные производные от функций:

$$1. z = x^3 + 3x^2y - y^3.$$

$$3. z = \frac{y}{x}.$$

$$5. z = \frac{xy}{x-y}.$$

$$2. z = \ln(x^2 + y^2).$$

$$4. z = \arctg \frac{y}{x}.$$

$$6. z = \ln \left( \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{y}} \right).$$

7.  $z = \sin(x + y)$ .

8.  $z = x^2 y$ .

Найти полные дифференциалы функций:

1.  $z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$ .

2.  $s = x \cdot \ln t$ .

3.  $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

4.  $z = x^2 y$ .

5.  $z = xy$ .

6.  $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ .

1. Бросают игральную кость с шестью гранями и запускают волчок, имеющий восемь граней. Сколькими способами они могут упасть?
2. На вершину горы ведут пять дорог. Сколькими способами турист может подняться на гору и спуститься с нее? То же самое при условии, что спуск и подъем происходят по разным дорогам?
3. На ферме 20 овец и 24 свиньи. Сколькими способами можно выбрать одну овцу и одну свинью? Если такой выбор уже сделан, сколькими способами его можно сделать еще раз?
4. Имеется 6 пар перчаток разных размеров. Сколькими способами можно выбрать из них одну перчатку на правую руку и одну на левую, так чтобы они были разных размеров.
5. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б не должен до того, как выступит А?
6. На собрании должны выступить 5 человек: А, Б, В, Г, Д. Сколькими способами можно расположить их в списке ораторов, при условии, что Б должен выступить сразу же после А?
7. Найти сумму четырехзначных чисел, получаемых при всевозможных перестановках цифр 1; 2; 3; 4.
8. Сколько чисел меньших чем миллион, можно составить с помощью цифр 8 и 9?
9. Сколько нечетных четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 3694, если каждую цифру можно использовать не более одного раза?
10. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Карточки перемешали, а затем наугад собрали их. Какова вероятность того, что опять собрали слово «книга»?
11. Среди изготовленных 15 деталей имеется 5 нестандартных. Определить вероятность того, что взятые наугад три детали окажутся стандартными.
12. На отдельных одинаковых карточках написаны цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Все девять карточек перемешивают, после чего наугад берут четыре карточки и раскладывают в порядке появления. Какова вероятность получить при этом а) число 1234; б) любое четырехзначное четное число.
13. Восемь различных книг расставлены случайным образом на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленными рядом.
14. В 25 экзаменационных билетах содержится по два вопроса, которые не повторяются. Студент знает ответы на 45 вопросов. Какова вероятность того, что доставшийся ему билет состоит из подготовленных вопросов?
15. В двух ящиках находятся детали: в первом 10, из них 3 стандартные, во втором – 15, из них 6 стандартных. Из каждого ящика наугад вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что обе детали окажутся стандартными.
16. В студии телевидения три телевизионные камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент, равна 0,6. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.
17. На базу поступило 50 ящиков овощей, из них 40 – первого сорта. Наудачу для проверки берут два ящика. Какова вероятность, что: а) оба содержат овощи первого сорта; б) разного сорта; в) одного сорта.
18. В магазин вошли три покупателя. Вероятность того, что каждый покупатель совершит покупку, равна 0,4. Найти вероятность того, что: а) два из них совершат покупки; б) ни один не совершит покупок; в) все три совершат покупки; г) по крайней мере два совершат покупку; д) хотя бы один купит товар.



19. На сборку поступают детали с трех станков, производительности которых соотносятся как 3:4:5. Брак продукции этих станков составляет 3%, 1% и 2% соответственно. Найти вероятность того, что наудачу взятая деталь из общей продукции станков – стандартная.
20. Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний, III класс – большой риск. Среди этих клиентов 40% - первого класса риска, 35% - второго и 20% - третьего. Вероятность выплачивать вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго – 0,04, третьего – 0,09. Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования.
21. В магазин товар поставляется тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы брак составляет 10%, второй - 5%, третьей – 15%. Найти вероятность того, что: а) приобретенный товар окажется не бракованным; б) приобретенный товар оказался бракованным. Какой фирмой вероятнее всего он произведен?
22. Из 20 стрелков 7 попадают в цель с вероятностью 0,5; 8 – с вероятностью 0,7; и 5 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот стрелок?
23. Проводится 16 независимых испытаний с вероятностью успеха, равной 0,4. Найти наиболее вероятное число успешных испытаний.
24. Всхожесть семян некоторого растения составляет 80%. Найти вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут: а) пять семян; б) не менее четырех; в) не более одного.
25. Сколько раз нужно подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее число выпадения 6 очков было равно 50?
26. В автопарке 70 машин. Вероятность поломки машины равна 0,3. Найти наивероятнейшее число исправных автомобилей и вероятность этого числа.
27. Отдел контроля поверяет на стандартность 900 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. С вероятностью 0,9544 найти границы, в которых будет заключено число стандартных деталей.
28. Вероятность появления события в каждом из 400 независимых испытаний равна 0,8. Найти такое положительное число  $\varepsilon$ , чтобы с вероятностью 0,9876 абсолютная величина отклонения относительной частоты появления события от вероятности 0,8, не превысила  $\varepsilon$ .
29. В автопарке имеется 400 автомобилей. Вероятность безотказной работы каждого из них равна 0,9. С вероятностью 0,95 определить границы, в которых будет находиться доля безотказно работавших машин в определенный момент времени.
30. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 3 покупателя. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .
31. Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из 5 выданных. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ .
32. Контрольная работа состоит из трех вопросов. На каждый вопрос приведено 4 ответа, один из которых правильный. Составить закон распределения числа правильных ответов при простом угадывании. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
33. Покупатель посещает магазины для приобретения нужного товара. Вероятность того, что товар имеется в определенном магазине, составляет 0,4. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа магазинов, которые посетит покупатель из четырех возможных. Построить график распределения. Найти наиболее вероятное число магазинов, которые посетит покупатель.
34. Дан закон распределения дискретной случайной величины:

$x_i$	1	4	6	8
$p_i$	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти интегральную функцию распределения случайной величины  $X$  и построить ее график.

35. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{при } -2 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина  $X$  примет значение: а) меньше 0; б) меньше 1; в) не меньше 1; г) заключенное в интервале (0; 2).

#### Критерии оценки

1. обучающийся считается освоившим повышенный уровень подготовки (отлично), если он демонстрирует знание теоретических основ дисциплины, умение логически излагать материал, делать выводы и обобщения.
2. обучающийся считается освоившим базовый уровень подготовки (хорошо), в случае, если в его ответе содержатся отдельные пробелы в знаниях теоретических основ дисциплины, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы, может делать выводы и обобщения.
3. обучающийся считается освоившим пороговый уровень подготовки (удовлетворительно), если он демонстрирует частичные знания теоретических основ дисциплины, допускает существенные ошибки, дает неполные ответы на дополнительные вопросы.  
– обучающийся получает оценку неудовлетворительно по итогам текущей аттестации, в случае если он демонстрирует отсутствие знаний основных терминов, используемых в дисциплине, демонстрирует отрывочные знания, неспособен логически и последовательно излагать материал.

### 19.3.3 Тестовые задания

#### Вариант 1

##### Теоретическая часть

1. Сформулировать определение сложной функции. Привести примеры сложной функции.
2. Приведите примеры эквивалентных бесконечно малых функций в точке  $x = 2$ .
3. Сформулировать определение предела функции по Гейне при  $x \rightarrow -\infty$ , т.е.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ .
4. Какие из перечисленных функций являются при  $x \rightarrow 3$  бесконечно малыми:  
1)  $y = \frac{1}{x-3}$ ; 2)  $y = (x-3)^{10}$ ; 3)  $y = \sin \frac{x}{3}$ ; 4)  $y = \cos(2(x-3))$ ; 5)  $y = \frac{1}{\cos(3x-1)}$ .

**Ответ обосновать.**

##### Задачи

1. Примером ограниченной последовательности является последовательность:  
1) 0; 1; 0; 2; 0; 3... 2) -1; -2; -3; -4... 3) 2; -2; 2; -2... 4) 2; 4; 6; 8; 10...

**Ответ обосновать.**

2. При каком  $a$   $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{9}{x})^{ax} = e^3$ .

**Ответ обосновать.**

3. Последовательность задана рекуррентным соотношением  $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1}$ ,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 4$ . Тогда четвертый член этой последовательности равен:  
1) 108                      2) 48                      3) 54                      4) 18.

**Ответ обосновать.**

4. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+3) - \ln 3}{5x}$ .

#### Вариант 2

##### Теоретическая часть

1. Сформулировать определение числовой последовательности.
2. Сформулировать и доказать теорему о существовании предела функции.
3. Определение предела функции записано с помощью логических символов  $(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0)(\forall x \in X : a < x < a + \delta) : f(x) > \varepsilon$ . Записать это определение словами.
4. Чему равен  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-4)^n$   
1)  $\infty$                       2) -4                      3) не существует                      4) 4.

**Ответ обосновать.**

##### Задачи

1. Для функции  $y = \frac{x^2}{x-6}$  найти точки разрыва и установить характер разрыва. **Ответ обосновать.**
2. Дана функция  $y = 5 - \sqrt{x^2 + x - 6}$ . Тогда ее областью значений является множество:  
1)  $[-5; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$ ; 3)  $[5; +\infty)$ ; 4)  $(-\infty; 5]$ .  
**Ответ обосновать.**
3. Существует ли на отрезке  $[-2; 2]$  точки, где функция  $y = 3x^3 + 1$  равна нулю? **Ответ обосновать.**
4. Найти  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x} - \sqrt{2})}{x^2 - 4}$

## 2 семестр

### Вариант 1

#### Теоретическая часть

1. При каких  $a$  и  $b$  функция  $F(x) = \frac{a}{3}x^b + \frac{a}{3}x^2 + x + 5$  является первообразной для  $f(x) = (3x+1)^2$ . Ответ обосновать.
2. Указать замену переменной, которую необходимо выполнить в интеграле  $\int x^5 e^{x^3} dx$  для его упрощения или сведения к табличному. Ответ обосновать.  
1)  $t = x^5$ ;      2)  $t = x^3$ ;      3)  $t = x^2 e^{x^3}$ ;      4)  $t = e^{x^3}$ .
3. Перечислить основные типы интегралов, берущихся по частям.
4. Замена переменной в определенном интеграле (теорема с доказательством).
5. Интеграл  $\int_1^{+\infty} e^{ax} dx$  сходится  
1) при всех  $a > 0$ ;    2) при всех  $a < 0$ ;    3) при всех  $a$ ;    4) ни при каких  $a$ .  
Ответ обосновать.

#### Задачи

6. Вычислить определенный интеграл  $\int_0^1 \frac{x^2 - x + 1}{1 + x^2} dx$ .
7. Найти интеграл  $\int \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ .
8. Найти интеграл  $\int x^3 \ln x dx$ .

### Вариант 2

#### Теоретическая часть

1. При каких целых  $a$ ,  $b$ ,  $c$  функция  $F(x) = 3e^{5x+3}$  является первообразной для  $f(x) = ae^{bx+c}$ . Ответ обосновать.
2. Какой вид примет интеграл  $\int \frac{\ln^3(x+5)}{x+5} dx$  после замены переменной  $t = \ln(x+5)$ . Ответ обосновать.
3. Дать определение неопределенного интеграла. Перечислить основные свойства неопределенного интеграла.
4. Интеграл с переменным верхним пределом (определение, теорема с доказательством).
5. Интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{a+1}}$  сходится  
1) при всех  $a > 0$ ;    2) при всех  $a < 0$ ;    3) при всех  $a$ ;    4) ни при каких  $a$ .  
Ответ обосновать.

### Задачи

6. Вычислить определенный интеграл  $\int_2^3 \sqrt{2x-3} dx$ .
7. Найти интеграл  $\int x \ln(x-1) dx$ .
8. Найти интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ .

### Вариант 1

1. Событие А – появление пяти очков при бросании игральной кости является:  
1) достоверным; 2) случайным; 3) невозможным; 4) несовместным
2. Суммой событий А и В называется событие, состоящее:  
1) в появлении хотя бы одного из этих событий;  
2) в появлении события В и не появлении события А;  
3) в одновременном появлении этих событий;  
4) в одновременном не появлении этих событий.
3. Формула классического определения вероятности события имеет вид:  
1)  $P(A) \geq 1 - P(\bar{A})$ ;      2)  $P(A) = \frac{m}{n}$ ;      3)  $P(A) = m \cdot n$       4)  $P(A) = m + n$ ;
4. Случайная величина называется непрерывной, если  
1) она может принимать определенные, фиксированные значения;  
2) в результате опыта она может принимать любые заранее неизвестные значения;  
3) она может принимать значения, сколь угодно мало отличающиеся друг от друга  
4) она принимает постоянное значение.
5. Функцией распределения случайной величины X называется:  
1)  $F(x) = C$ ; 2)  $F(x) = P(X < x)$ ; 3)  $F(x) = P(X > x^2)$ ; 4)  $F(x) = 1 - P(X > x)$ .
6. Страхуется 1200 автомобилей; считается, что каждый из них может попасть в аварию с вероятностью 0,08. Для вычисления вероятности того, что количество аварий среди всех застрахованных автомобилей не превзойдет 100, следует использовать формулу  
1) Пуассона; 2) полной вероятности; 3) Бернулли; 4) Байеса.
7. Непрерывная случайная величина равномерно распределена на отрезке [-14; 26]. Ее математическое ожидание равно:  
1) 6      2) 29/12      3) 7      4) 30/37
8. Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с плотностью распределения вероятностей  $f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-10)^2}{50}}$ . Сформулировать «правило трех сигм» для данной случайной величины.
9. Какие из следующих утверждений являются верными:  
А) центральный момент первого порядка есть дисперсия св;  
Б) центральные моменты могут быть выражены через начальные моменты;  
В) начальный момент первого порядка есть математическое ожидание св;  
Г) центральный момент второго порядка есть дисперсия св.  
1) А, Г      2) Б, Г      3) А, Б, Г      4) Г      5) Б, В, Г
10. Свойством испытаний Бернулли является следующее:  
1) все исходы испытаний равновероятны;  
2) испытания заканчиваются одним из двух исходов;  
3) вероятность успеха определяется результатом одного произвольного испытания;  
4) все приведенные выше ответы верны.
11. Для любой случайной величины X, имеющей математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ , и любого  $\varepsilon > 0$  справедливо неравенство:

$$1) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{M(X)}{\varepsilon}; \quad 2) P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2};$$

$$3) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq 1 - \frac{D(X)}{\varepsilon^2}; \quad 4) P(|X - M(X)| \leq \varepsilon) \geq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}.$$

### Вариант 2

1. Бросают две монеты. События А - «герб на первой монете» и В - «цифра на второй монете» являются

- 1) совместными; 2) зависимыми; 3) несовместными; 4) независимыми

2. Произведением нескольких событий называется событие, состоящее

- 1) в совместном наступлении всех этих событий;  
 2) в наступлении одного из этих событий;  
 3) в наступлении хотя бы одного из этих событий;  
 4) в наступлении противоположного события.

3. Формула Байеса имеет вид:

1)  $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ ;

2)  $P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P_{H_i}(A)}{P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)}$ ,

3)  $P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A)$ ,

4)  $P(A) = \frac{n!}{m!(n-m)!} p^n q^{n-m}$ .

4.  $F(x)$  является функцией распределения некоторой случайной величины. Сколько утверждений из числа перечисленных являются справедливыми в любом случае?

- 1)  $F(x) \geq 1$ ; 2)  $F(-\infty) = 0$ ;  $F(+\infty) = 1$ ; 3)  $0 \leq F(x) \leq 1$ ; 4)  $F(x) = -5$ ;  
 1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3; 5) 4.

5. Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с плотностью распре-

деления вероятностей  $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{32}}$ . Математическое ожидание случайной величины равно:

- 1) 4 2) 16 3) 5 4) 32

6. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на интервале [5, 12]. Ее функция распределения имеет вид:

1)  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{x-3}{5}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$

2)  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ 1/7, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$

3)  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{1}{5}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 0, & x > 12 \end{cases}$

4)  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ \frac{x-8}{3}, & 5 \leq x \leq 12 \\ 1, & x > 12 \end{cases}$

7. Пусть  $X$  непрерывная случайная величина с плотностью  $f(x)$  и функцией распределения  $F(x)$ . Какое из следующих свойств верно:

- 1)  $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$ ; 2)  $P(a < X < b) = f(b) - f(a)$   
 3)  $P(a < X < b) = f(a) - f(b)$ ; 4)  $P(a < X < b) = (F(b) + F(a)) / 2$ .

8. Пусть событие А может произойти совместно с некоторыми событиями (гипотезами)  $H_i$ . Какое условие нужно для применения формулы полной вероятности?

- 1) события  $H_i$  образуют полную группу событий;  
 2) события  $H_i$  независимы;

3) события  $H_i$  содержат в себе один из двух исходов;

4) все приведенные ответы верны.

9. Из 400 обучающихся контрольную работу с первого раза успешно выполняют 60% обучающихся. Вероятность того, что 180 обучающихся успешно выполняют контрольную работу может быть найдена с использованием

1) формулы Пуассона; 2) локальной теоремы Муавра – Лапласа;

3) формулы Бернулли; 4) формулы полной вероятности.

10. Если св  $X$  принимает только неотрицательные значения и имеет математическое ожидание, то для любого положительного числа  $A$  верно неравенство:

$$1) P(X \geq A) \leq 1 - \frac{M(X)}{A^2} \qquad 2) P(X \leq A) \geq \frac{M(X)}{A^2}$$

$$3) P(X \leq A) < \frac{M(X)}{A} \qquad 4) P(X \geq A) \leq \frac{M(X)}{A}.$$

11. Какое свойство НЕ выполняется для независимых случайных величин  $X, Y$ :

$$1) \text{cov}(X, Y) = 0 \quad 2) D(X+Y) = D(X) + D(Y) \quad 3) M(XY) = M(X)M(Y) \quad 4) D(XY) = D(X)D(Y)$$

### Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если студент правильно ответил на 7 вопросов (из 10) теста;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент правильно ответил на 6 или 5 (из 10) вопросов теста;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент правильно ответил на 4 вопроса (из 10) теста;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент ответил правильно менее чем на 4 вопроса теста (из 10).

### 19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

#### Пример практического задания

(текущая аттестация 1 семестр)

#### Пример практического задания

(текущая аттестация 1 семестр)

### Контрольная работа 1.

#### ВАРИАНТ 1

1. Вычислить выражение:  $X = B \cdot C^T \cdot D - A^2$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = (-3 \ 2 \ 4), C = (3 \ 2 \ -5), D = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$1. \text{ Вычислить определитель: } |A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 7 & 13 \\ 5 & 3 & 7 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 10 \end{vmatrix}.$$

2. Решить матричное уравнение, вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Найдите общее решение в векторной форме для системы уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 6 \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7 \\ x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 7x_5 = -4 \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 6 \end{cases}.$$

5. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

ВАРИАНТ 2.

1. Вычислить выражение:  $X = ((B - A) \cdot C)^T \cdot D^T$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, D = (3 \ 5 \ 1).$$

2. Вычислить определитель:  $|A| = \begin{vmatrix} 6 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \\ 7 & 4 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ .

3. Решить матричное уравнение, вычислив обратную матрицу методом Гаусса:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Найдите общее решение в векторной форме для системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11 \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases}.$$

5. Найдите собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа 2.



Найти пределы функций:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 3x^2 - 3x^3}{2x^3 + 4x^2 + 5x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x}}{x-1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \operatorname{ctg} \pi x$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+x} \sin x - \cos x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 1}{x}$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)}{\sqrt{3n^4 + n^3}}$$

### Контрольная работа 3.

1. Найти производную функции  $y = 2^{\cos^3(4x)}$
2. Исследовать функцию и построить графики.

$$1) y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$$

$$2) y = x + 2\sqrt{-x}.$$

#### Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если 3 задания были решены без ошибок.
  - оценка «хорошо» выставляется студенту, если 2 задания были решены без ошибок.
  - оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если 1 задание было решено без ошибок.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если было решено 0 заданий

### Пример практического задания (текущая аттестация 2 семестр)

#### Контрольная работа 1.

Найти интегралы

$$1) \int \frac{xdx}{\sqrt{4+x^2}}$$

$$2) \int x^2 e^{2x} dx$$

$$3) \int \frac{x^4 + 2x}{x^2 + 1} dx$$

$$4) \int \frac{dx}{1 + 2 \cos^2 x}$$

$$5) \int \frac{5x - 14}{x^3 - x^2 - 4x + 4} dx$$

$$6) \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$$

Вычислить интегралы

$$1) \int_0^1 x\sqrt{4-x^2} dx$$

$$2) \int_1^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$$

#### Контрольная работа 2.

1. Найти дифференциал функции  $u = x^y + 2^{xy} + \cos^2(x^3 z)$ .
2. Найти дифференциал второго порядка  $u = x^3 y^2 + \sin x + 5 \cos y$ .
3. Найти дифференциал первого порядка функции  $f(x, y, z) = z - xy + \frac{y}{zx}$  в точке  $M(1, 0, 1)$ .

4. Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$  для функции  $z = \sqrt{2xy + x^2}$ , где  $x = 2^{u^2} + \cos v$ ,  $y = ctgu + 2^v$ .
5. Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , если  $z = tg(xy^2z)^3$ .
6. Найти экстремум функции  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ .
7. Найти экстремум функции  $z = x + y$  при условии  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2}$ .

### Контрольная работа 3.

#### Вариант 1.

1. 20 человек рассаживаются на 5 скамейках по 4 человека на каждой. Найти вероятность того, что два данных лица окажутся сидящими рядом.
2. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,9, второй – 0,9, третий – 0,8. Найти вероятность того, что хотя бы два экзамена будут сданы.
3. По самолету производится три одиночных выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,5, при втором – 0,6, при третьем – 0,8. Для вывода самолета из строя достаточно трех попаданий. При одном попадании самолет выходит из строя с вероятностью 0,3; при двух – 0,6. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов самолет будет сбит.
4. Вероятность пройти через заболоченный участок, не промочив ноги, равна 0,6. Какова вероятность того, что из 220 человек не промочат ноги от 120 до 133 человек. (Предполагается, что прохожие не используют опыт друг друга).

#### Вариант 2.

1. Лифт с 4 пассажирами останавливается на 10 этажах. Какова вероятность того, что два пассажира не выйдут на одном этаже?
2. Детали проходят три операции обработки. Вероятность появления брака во время первой операции равна 0,02, второй – 0,03, третьей – 0,02. Найти вероятность выхода стандартной детали, считая появление брака во время отдельных операций независимыми событиями.
3. Сборщик получил три коробки деталей, изготовленных заводом №1 и две коробки, изготовленных заводом №2. Вероятность того, что стандартная деталь изготовлена заводом №1, равна 0,8, заводом №2 – 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наугад взятой коробки. Найти вероятность того, что извлеченная деталь стандартна.
4. Чему равна вероятность  $p$  наступления события в каждом из 39 независимых испытаний, если наименее вероятное число наступлений события в этих испытаниях равна 25?

### Пример контрольно-измерительного материала

#### Контрольно-измерительный материал №1

##### Теоретическая часть

1. Сформулировать определение сложной функции. Привести примеры сложной функции.
2. Сформулировать определение предела функции по Гейне при  $x \rightarrow -\infty$ , т.е.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$ .
3. Какие из перечисленных функций являются при  $x \rightarrow 3$  бесконечно малыми:
  - 1)  $y = \frac{1}{x-3}$ ; 2)  $y = (x-3)^{10}$ ; 3)  $y = \sin \frac{x}{3}$ ; 4)  $y = \cos(2(x-3))$ ; 5)  $y = \frac{1}{\cos(3x-1)}$ .

##### Ответ обосновать.

4. Сформулировать определение производной.

5. Сформулировать и доказать теорему о связи дифференцируемости функции и существованием производной.
6. Схематично изобразить график функции для которого выполнены условия  $y' > 0$ ,  $y'' < 0$ .

### Задачи

1. При каком  $a$   $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{9}{x})^{ax} = e^3$ .

**Ответ обосновать.**

2. Последовательность задана рекуррентным соотношением  $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n-1}$ ,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 4$ . Тогда четвертый член этой последовательности равен:

- 1) 108                      2) 48                      3) 54                      4) 18.

**Ответ обосновать.**

3. Показать, что функция  $y = 2tg(2x-1)$  удовлетворяет уравнению  $y'' = 2y \cdot y'$ .

4. Найти точки экстремума графика функции  $y = \frac{3+x^2}{1-x}$ .

5. Найти производную функции  $y = arctg \ln(5x+3)$ .

6. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+3) - \ln 3}{5x}$ .

### Контрольно-измерительный материал №2

#### Теоретическая часть

1. Сформулировать определение числовой последовательности.
2. Сформулировать и доказать теорему о существовании предела функции.
3. Определение предела функции записано с помощью логических символов  $(\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0)(\forall x \in X : a < x < a + \delta) : f(x) > \varepsilon$ . Записать это определение словами.
4. Сформулировать определение левой и правой производных в точке.
5. Найти точку  $x_0$  максимума функции  $y = x^2(x-4)^2$ . **Ответ обосновать.**
6. Функция  $y = \sqrt[3]{x^2}$  равна 1 при  $x=1$  и  $x=-1$ , но  $y' \neq 0$  для всех  $x \in (-1;1)$ . Выяснить, противоречит ли это условиям теоремы Ролля. **Ответ обосновать.**

### Задачи

1. При каком  $a$   $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 3x - 18}{ax^4 - 18x^2 + 3} = \frac{1}{2}$ . **Ответ обосновать.**

2. Существует ли на отрезке  $[-2;2]$  точки, где функция  $y = 3x^3 + 1$  равна нулю? **Ответ обосновать.**

3. Показать, что функция  $y = 2x \cdot e^{-1/x}$  удовлетворяет уравнению  $x^2 y y'' - (y - x y')^2 = 0$ .

4. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости графика функции  $y = x \cdot e^{-x^2/2}$ .

5. Найти производную функции  $y = \sin^3 4x$ .

6. Найти  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x}-\sqrt{2})}{x^2-4}$ .

#### Критерии оценки

4. обучающийся считается освоившим повышенный уровень подготовки (отлично), если он демонстрирует знание теоретических основ дисциплины, умение логически излагать материал, делать выводы и обобщения.

5. обучающийся считается освоившим базовый уровень подготовки (хорошо), в случае, если в его ответе содержатся отдельные пробелы в знаниях теоретических основ дисциплины, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы, может делать выводы и обобщения.

6. обучающийся считается освоившим пороговый уровень подготовки (удовлетворительно), если он демонстрирует частичные знания теоретических основ дисциплины, допускает существенные ошибки, дает неполные ответы на дополнительные вопросы.

– обучающийся получает оценку неудовлетворительно по итогам текущей аттестации, в случае если он демонстрирует отсутствие знаний основных терминов, используемых в дисциплине, демонстрирует отрывочные знания, неспособен логически и последовательно излагать материал.

### Пример теста

#### Пример контрольно– измерительного материала

##### Контрольно-измерительный материал №1

##### **Теоретическая часть**

1. Перечислить основные типы интегралов, берущихся по частям.
2. Дифференцирование сложной функции  $n$  переменных.
3. Замена переменной в определенном интеграле (теорема с доказательством).
4. При каких  $a$  и  $b$  функция  $F(x) = \frac{a}{3}x^b + \frac{a}{3}x^2 + x + 5$  является первообразной для  $f(x) = (3x+1)^2$ . Ответ обосновать.
5. Интеграл  $\int_1^{+\infty} e^{ax} dx$  сходится  
1) при всех  $a > 0$ ;    2) при всех  $a < 0$ ;    3) при всех  $a$ ;    4) ни при каких  $a$ .  
Ответ обосновать.

##### **Задачи**

6. Вычислить неопределенный интеграл а)  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ ; б)  $\int x^2 \ln x dx$ . Ответ обосновать.
7. Найти частные производные первого порядка функции:  $z = \ln(1 + e^x + y^2)$ . Ответ обосновать.
8. Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$ , если  $z = xy^3 + y \ln(x^2 + y) + ctg^2 t$ , где  $x = 2u + v^2$ ,  $y = \cos u + \sin v$ ,  $t = ctgu + v^3$ .
9. Найти экстремум функции  $z = x^3 y^2 (2 - x - y)$ . Ответ обосновать.
10. Найти интеграл  $\int \frac{e^x}{e^x - 1}$ .

##### Контрольно-измерительный материал №2

##### **Теоретическая часть**

1. Дать определение неопределенного интеграла. Перечислить основные свойства неопределенного интеграла.
2. Производная по направлению. Градиент.
3. Интеграл с переменным верхним пределом (определение, теорема с доказательством).
4. Какой вид примет интеграл  $\int \frac{\ln^3(x+5)}{x+5} dx$  после замены переменной  $t = \ln(x+5)$ . Ответ обосновать.
5. Интеграл  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^{a+1}}$  сходится  
1) при всех  $a > 0$ ;    2) при всех  $a < 0$ ;    3) при всех  $a$ ;    4) ни при каких  $a$ .  
Ответ обосновать.

##### **Задачи**

6. Вычислить неопределенный интеграл: а)  $\int \frac{x^2}{2x^3 + 5} dx$ ; б)  $\int (x^2 - 3x) \ln x dx$ . Ответ обосновать.
7. Найти частные производные первого порядка функции:  $z = xe^y + x^y$ . Ответ обосновать.
8. Для функции  $z = 2x^3y - 7xy^2$  записать матрицу квадратичной формы.
9. Найти экстремум функции  $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$ . Ответ обосновать.
10. Найти интеграл  $\int x \ln(x-1) dx$ .

**Пример контрольно– измерительного материала  
Контрольно-измерительный материал (тест) №1.**

**Теоретическая часть**

1. Событие А – появление пяти очков при бросании игральной кости является:
  - 1) достоверным; 2) случайным; 3) невозможным; 4) несовместным
2. Пусть событие А означает – изделие изготовлено в срок, В – бракованное изделие. Выразить через А и В событие «изделие доброкачественное и изготовлено в срок».
3. Формула полной вероятности имеет вид:
4. Случайная величина называется дискретной, если
  - 1) она может принимать определенные, фиксированные значения;
  - 2) в результате опыта она может принимать любые заранее неизвестные значения;
  - 3) множество ее возможных значений конечно, или бесконечное, но счетное;
  - 4) она принимает постоянное значение.
5. Тридцать процентов изделий предприятия – продукция высшего качества. Некто приобрел 5 изделий. Вероятность того, что четыре изделия высшего качества может быть вычислена по формуле:
  - 1) Лапласа 2) полной вероятности; 3) Бернулли; 4) Пуассона.
6. Функцией распределения случайной величины X называется:
7. Система ненулевых векторов называется линейно зависимой, если:
  - 1) существуют такие числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ , что любая комбинация данной системы с указанными числами равна нулевому вектору;
  - 2) существуют такие числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ , не равные одновременно нулю, что линейная комбинация данной системы с указанными числами равна нулевому вектору:  
$$\lambda_1 \bar{a}_1 + \lambda_2 \bar{a}_2 + \dots + \lambda_k \bar{a}_k = \bar{0};$$
  - 3) существуют такие числа  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ , не равные одновременно нулю, что комбинация данной системы с указанными числами равна нулевому вектору:  
$$(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k) \cdot (\bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \dots + \bar{a}_k) = \bar{0}.$$
8. Какая квадратная матрица называется единичной?
  - 1) у которой все элементы равны единице;
  - 2) у которой все элементы главной диагонали равны единице, а все другие – нулю;
  - 3) у которой все элементы главной и побочной диагонали равны единице, а все другие – нулю.
9. Какой размерностью должны обладать матрицы А и В, чтобы можно было осуществить перемножение А · В ?
10. Понятие обратной матрицы распространяется:
  - 1) на любые матрицы; 2) только на квадратные матрицы; 3) только на идемпотентные матрицы.
11. Укажите то преобразование, которое нельзя считать элементарным преобразованием матрицы:
  - 1) удаление любых столбцов (строк) матрицы;
  - 2) перестановка двух столбцов (строк) матрицы;

3) умножение всех элементов одного столбца (строки) матрицы на одно и то же число, отличное от нуля.

12. По какой формуле вычисляется определитель второго порядка?

1)  $\Delta_2 = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$ ;      2)  $\Delta_2 = a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}$ ;

3)  $\Delta_2 = a_{11}a_{12} - a_{22}a_{21}$ .

### ЗАДАЧИ

13. Бросают две игральные кости. Вероятность того, что сумма выпавших очков на двух костях будет равна шести:

1) 1/9

2) 0,9

3) 0,8

4) 5/36

**Ответ обосновать.**

14. Количество способов, которыми можно выбрать 3 экзаменационных билетов из 8 равно:

1) 150

2) 56

3) 135

4) 126

**Ответ обосновать.**

15. Три спортсмена участвуют в отборочных соревнованиях. Вероятности зачисления в сборную команду первого, второго и третьего спортсменов соответственно равны 0,8; 0,7 и 0,6. Найти вероятность того, что хотя бы один из спортсменов попадет в сборную. **Ответ обосновать решением.**

16. Каждый из двух стрелков делает по два выстрела по мишени. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,9. Составить закон распределения общего числа попаданий. **Ответ обосновать решением.**

17. Событие А может наступить лишь при условии появления одного из двух несовместных событий  $B_1$  и  $B_2$  образующих полную группу событий. Известны вероятности  $P(B_1) = 1/3$  и условные вероятности  $P(A \setminus B_1) = 1/2$ ,  $P(A \setminus B_2) = 1/4$ . Тогда вероятность события А равна:

1) 0,015

2) 1/3

3) 0,5

4) 0,75

5) 2/3.

**Ответ обосновать.**

18. Среди 20 экзаменационных билетов 5 содержат легкие вопросы. Тогда вероятность того, первый экзаменуемый вытянет легкий билет равна:

1) 0,6

2) 0,05

3) 0,25

4) 0,1

5) 0,16

**Ответ обосновать.**

19. Частным решением системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 19 \\ -3x_1 - 8x_2 - 2x_3 = -40 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases} \text{ является}$$

1) (-6, 4, 2)

2) (4, 8, 3)

3) (0, 0, 0)

4) (5, -7,

2).

**Ответ обосновать.**

20. Для матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 8 \\ -9 & 10 & 7 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  алгебраическим дополнением к элементу  $a_{32}$  является

1)  $A_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -9 & 7 \end{vmatrix}$

2)  $A_{32} = -\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ 10 & 7 \end{vmatrix}$

3)  $A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -9 & 7 \end{vmatrix}$

4)

$A_{32} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ -9 & 10 \end{vmatrix}$

**Ответ обосновать.**

21. Матрица  $A = \begin{pmatrix} 3-\lambda & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  вырождена при  $\lambda$  равном

1) 8/3

2) 3

3) 2

4) -8/3

Ответ обосновать.

22. Обратной к матрице  $A = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 49 & 5 \end{pmatrix}$  является матрица

1)  $\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 49 & 5 \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} 1/10 & 1 \\ 1/49 & 1/5 \end{pmatrix}$

3)  $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -49 & 10 \end{pmatrix}$

4)  $\begin{pmatrix} -10 & -1 \\ -49 & -5 \end{pmatrix}$

Ответ обосновать.

## Контрольно-измерительный материал (тест) №2

### Теоретическая часть

1. Случайные события  $A$  и  $B$  удовлетворяют условиям  $P(A) = 0,3$ ,  $P(B) = 0,4$ ,  $P(AB) = 0,12$  являются

1) совместными; 2) зависимыми; 3) несовместными; 4) независимыми

2. Произведением (пересечением) событий называется событие, состоящее:

3. Формула Бернулли имеет вид:

4.  $F(x)$  является функцией распределения некоторой случайной величины. Сколько утверждений из числа перечисленных являются справедливыми в любом случае?

1)  $F(x) \geq 1$ ; 2)  $F(-\infty) = 0$ ;  $F(+\infty) = 1$ ; 3)  $0 \leq F(x) \leq 1$ ; 4)  $F(x) = -5$ :

1) 0;

2) 1;

3) 2;

4) 3;

5) 4.

5. Пусть событие  $A$  может произойти совместно с некоторыми событиями (гипотезами)  $H_i$ . Какое условие нужно для применения формулы полной вероятности?

1) события  $H_i$  образуют полную группу событий;

2) события  $H_i$  независимы;

3) события  $H_i$  содержат в себе один из двух исходов;

4) все приведенные ответы верны.

6. Дисперсия случайной величины и ее основные свойства.

7. Меняется ли при транспонировании матрицы ее определитель?

1) да;

2) нет;

3) зависит от размера матрицы.

8. Система уравнений называется совместной, если она:

1) имеет хотя бы одно решение; 2) не имеет решений;

3) содержит, по крайней мере, два одинаковых уравнения.

9. Матрица называется симметричной если

10. Как называются системы уравнений, если они имеют одно и то же множество решений?

1) совместные;

2) эквивалентные;

3) элементарные.

11. Какое название носят формулы  $x_j = \Delta_j / \Delta$ ,  $\Delta \neq 0$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ?

1) формулы Гаусса;

2) формулы Гессе;

3) формулы Крамера..

12. Если  $A$  и  $B$  – данные матрицы, имеющие одинаковое количество строк, причем  $A$  – квадратная матрица, то решением матричного уравнения  $AX = B$  является:

1)  $X = B / A$ ;

2)  $X = A^{-1}B$ ;

3)  $X = B^{-1}A$ .

### ЗАДАЧИ

13. По мишени производится 4 выстрела. Значение вероятности промаха при первом выстреле равна 0,4, при втором – 0,3, при третьем – 0,2, при четвертом – 0,1. Тогда вероятность того, что мишень будет поражена три раза равна:

- 1) 2/3      2) 0,04404      3) 0,11      4) 0,5596      6) 0,0404

**Ответ обосновать.**

14. Рассматривается случайная величина  $X$ , распределенная по закону Пуассона с математическим ожиданием, равным 9. Дисперсия  $X$  равна:

- 1) 81      2) 1/9      3) 3      4) 9      5) 1/3

**Ответ обосновать.**

15. Из 20 стрелков 7 попадают в цель с вероятностью 0,6; 8 – с вероятностью 0,5; и 5 – с вероятностью 0,7. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежит этот стрелок? **Ответ обосновать решением.**

16. В магазине имеются 20 телевизоров, из них 7 имеют дефекты. Необходимо составить закон распределения числа телевизоров с дефектами среди выбранных наудачу пяти. **Ответ обосновать решением.**

17. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы.  $D(X)=4$ ,  $D(Y)=5$ . Дисперсия случайной величины  $Z=5X-3Y$  равна:

- 1) 35      2) 55      3) 5      4) 145

**Ответ обосновать.**

18. Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет не менее четырех очков, равна

- 1) 1/3      2) 1/2      3) 5/6      4) 1/6

**Ответ обосновать.**

19. Если  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ , то матрица  $C = 2A + B$  имеет вид:

- 1)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$       3)  $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 8 & -8 \end{pmatrix}$ .

**Ответ обосновать.**

20. Если  $(x_0, y_0)$  решение системы линейных уравнений  $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x - 5y = 1 \end{cases}$ , то  $x_0$  может определяться по формуле

- 1)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$       2)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$       3)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}}$       4)  $x_0 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -5 \end{vmatrix}}$

21. Ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 6 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  равен

- 1) 0      2) 1      3) 2      4) 3

**Ответ обосновать.**

22. Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha - 1 \end{vmatrix} = 0$  при  $\alpha$  равном:

- 1) 1      2) 0,5      3) 2      4) 0

**Ответ обосновать.**

### Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если студент правильно ответил на 7 вопросов (из 10) теста;



- оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент правильно ответил на 6 или 5 (из 10) вопросов теста;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент правильно ответил на 4 вопроса (из 10) теста;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент ответил правильно менее чем на 4 вопроса теста (из 10) .

#### **19.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменных работ ( теоретические опросы, контрольные). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

При оценивании используются количественные и качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация по дисциплинам (модулям) с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий (далее – ЭО, ДОТ) проводится в рамках электронного курса, размещенного в ЭИОС (образовательный портал «Электронный университет ВГУ» (LMS Moodle, <https://edu.vsu.ru/>)).

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета . экзамена

Обучающиеся, проходящие промежуточную аттестацию с применением ДОТ, должны располагать техническими средствами и программным обеспечением, позволяющим обеспечить процедуры аттестации. Обучающийся самостоятельно обеспечивает выполнение необходимых технических требований для проведения промежуточной аттестации с применением дистанционных образовательных технологий.

Идентификация личности обучающегося при прохождении промежуточной аттестации обеспечивается посредством использования каждым обучающимся индивидуального логина и пароля при входе в личный кабинет, размещенный в ЭИОС образовательной организации.

